Теорема 3. *Пусть L — лагранжево многообразие, однозначно проектирующееся на p-координаты. Тогда при подходящем выборе граничных условий в существенных точках выполняются локальные термодинамические неравенства, т.е.*

$$Hess_q \Phi^L(q) < 0.$$

В качестве подходящих граничных условий для теоремы 3 может служить следующее условие:

Условие 1. *Функция $E(p)$, $dE = -qdp$, $E = \Phi^L(p) - pq$ локально выпукла вверх во всей области определения $G(p) \subset R^n(p)$ за исключением некоторого компакта $K \subset G(p)$.*

Условие 1 выполняется для большинства модельных примеров газов (идеальный газ, газ Ван дер Ваальса, вырожденный газ Ферми).

Теоремы 1 и 2 позволяют построить такое лагранжево многообразие, которое не проектируется однозначно на p-координаты, но во всех существенных точках удовлетворяет локальным термодинамическим неравенствам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гиббс Дж. В. *Метод геометрического представления термодинамических свойств веществ при помощи поверхностей.* – В книге: "Термодинамика. Статистическая механика". – М.: Наука, 1982. – С. 40–60.

2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Статистическая физика.* – М.: Наука, 1964.

3. Маслов В. П. *Об одном классе лагранжевых многообразий, отвечающем вариационным задачам, задачам теории управления и термодинамики*// Функц. анализ и его приложения. – 1998. – Т. 32. – No 2. – С. 89–91.

А. В. Медведев (Москва)

О ВОГНУТОЙ МАЖОРАНТЕ МОДУЛЯ НЕПРЕРЫВНОСТИ

Получены два обобщения леммы С.Б. Стечкина [1] о вогнутой мажоранте модуля непрерывности.

Пусть $T = I_1 \times \ldots \times I_n$, где для каждого $\overline{1,n}$ $I_i = [0,\infty)$ или $I_i = [0,l_i]$, $0 < l_i < \infty$, $n \geq 1$.

Функция $\omega(t)$, определенная на T, называется модулем непрерывности, если она непрерывна, полуаддитивна, не убывает по каждому аргументу t^i, $\omega(0) = 0$ и $\omega(t) > 0$ для $t \neq 0$.

Теорема 1. *Если $\omega(t)$ — модуль непрерывности, определенный на T, то существует вогнутый модуль непрерывности $\bar{\omega}(t)$, определенный на T и удовлетворяющий на $T \setminus \{0\}$ неравенству $\omega(t) \leq \bar{\omega}(t) < (k+1)\omega(t)$, где k — число отличных от нуля координат точки t. Кроме того, существует модуль непрерывности $\omega(t)$ с областью определения T, для которого ни один из множителей $k+1$ нельзя заменить на меньшую константу.*

Теорема 2. *Для любого модуля непрерывности $\omega(t)$, заданного на $T = [0,\infty)$ или $T = [0,l]$, $0 < l < \infty$, существует вогнутый на T и бесконечно дифференцируемый на $T \setminus \{0\}$ модуль непрерывности $\bar{\omega}(t)$, удовлетворяющий неравенству $\omega(t) \leq \bar{\omega}(t) < 2\omega(t)$ для всех $t \in T \setminus \{0\}$, причем $\bar{\omega}(t) = \omega'(0)t$ в некоторой окрестности нуля, если $\omega'(0) < \infty$. Кроме того, существует модуль непрерывности $\omega(t)$ с областью определения T, для которого множитель 2 нельзя заменить на меньшую константу.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов А. В. *Линейные методы приближения непрерывных периодических функций*// Мат. Сборник. - 1961. - Т. 54. - Вып. 1.